Министерство образования Новосибирской области

ГБПОУ НСО «Новосибирский авиационный технический колледж имени Б.С.Галущака»

Лабораторная работа №3

«Основы булевой алгебры»

Учебная дисциплина: Дискретная математика

Работу выполнила:

студентка группы ПР - 295

Косолапова Е.Ю.

2020

**Цели работы:** изучить элементы, законы и операции булевой алгебры, а также рассмотреть способы представления булевых функций и научиться составлять СКНФ и СДНФ.

**Представление булевых функций:**

* Булева функция может быть представлена в виде формулы, которую можно разложить на подформулы, т.е. выполнить суперпозицию функции.

**Формула, с которой мы будем работать:**

f(x1,x2,x3,x4)=

**Суперпозиция**

y() = V \* x &

* В виде таблицы истинности, где первый столбец номер набора (строки) в десятичном эквиваленте, следующие столбцы – переменные, последний столбец – функция.

**Таблица истинности:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| N | Переменные | | | | Булевы функции | | | | | | | |
| X1 | X2 | X3 | X4 |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 3 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 4 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 5 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 6 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 7 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 8 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 9 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 10 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 11 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 12 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 13 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 14 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 15 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |

* При помощи предельного разложения Шеннона. Он доказал теоремы о том, что любую булеву функцию можно представить в виде СДНФ – совершенной дизъюнктивной нормальной формы. И в виде СКНФ – совершенной конъюнктивной нормальной формы, или в виде предельного двойственного разложения.

**СДНФ**

**Алгоритм:**

**1)** Выделяем в таблице истинности строки, где функция равна 1.

{0,0,1,0}, {0,0,1,1}, {0,1,1,0}, {0,1,1,1}, {1,0,0,1}, {1,0,1,1}, {1,1,0,0}, {1,1,1,1}

**2)** По каждой строке составим конъюнкт:

1) ;

2) ; ;

3) ;

4) ;

5) ;

6);

7);

8) ;

**3)** Соединяем полученные конъюнкции знаком дизъюнкции.

f(x1,x2,x3,x4)=

**СКНФ**

**Алгоритм:**

**1)** Выделим в таблице истинности строки, где функция равна 0:

{0, 0, 0, 0}, {0, 0, 0, 1}, {0, 1, 0, 0}, {0, 1, 0, 1}, {1, 0, 0, 0}, {1, 0, 1, 0}, {1,1,0,1}, {1,1,1,0}

**2)** По каждой строке составим дизъюнкт:

1) ;

2) ; ;

3) ;

4) ;

5) ;

6) ;

7) ;

8) ;

**3)** Соединим полученные дизъюнкты знаком конъюнкции:

f(x1,x2,x3,x4)=

**Таблица истинности по СДНФ:**

Разложим полученную функцию на суперпозиции:

Составим таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| N | X1 | X2 | X3 | X4 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 7 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 8 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 9 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 10 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 11 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 12 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 13 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 14 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 15 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Продолжение таблицы:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |

* В виде полинома Жегалкина. Жегалкин доказал теорему о том, что любая булева функция может быть представлена в виде полинома Жегалкина.

На каждом шаге, соответствующем строке, определяется один коэффициент полинома С; значений коэффициентов столько, сколько строк.

Значение полинома необходимо для того, чтобы определить, принадлежит ли функция к классу линейных функций Поста.

**Полином Жегалкина:**

**f(x1,x2,x3,x4)=**

f(0,0,0,0)=

**=0**

f(0,0,0,1)=

f(0,0,1,0)=

f(0,0,1,1)=

f(0,1,0,0)=

f(0,1,0,1)=

f(0,1,1,0)=

f(0,1,1,1)=

f(1,0,0,0)=

f(1,0,0,1)=

f(1,0,1,0)=

f(1,0,1,1)=

f(1,1,0,0)=

f(1,1,0,1)=

f(1,1,1,0)=

f(1,1,1,1)=

**Результатом расчетов является данная формула:**

f(x1,x2,x3,x4)= 0

=

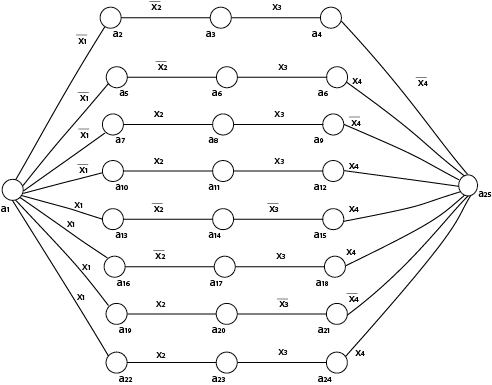
**Классы функций Поста:**

1. Функция возвращает константу 0, так как на нулевом наборе значение функции=0.
2. Функция возвращает константу 1, так как на единичном наборе значение функции=1.
3. Функция не монотонна, так как с возрастанием аргумента функция убывает.
4. Функция не самодвойственна, так как на противоположных наборах функция принимает не противоположные значения.
5. Функция не линейна, так как в формулу полинома Жегалкина входят взаимодействия переменных.

* Булеву функцию можно представить в виде **мультиграфа** вида G = {M, U, K}, где выделены К вершин, называемых полюсами. Сеть G, задаваемая неориентированным мультиграфом с k полюсами, где каждое ребро помечено буквой (литерой) из алфавита x={,}, называется k-полюсной контактной схемой

**Мультиграф:**

f(x1,x2,x3,x4)=



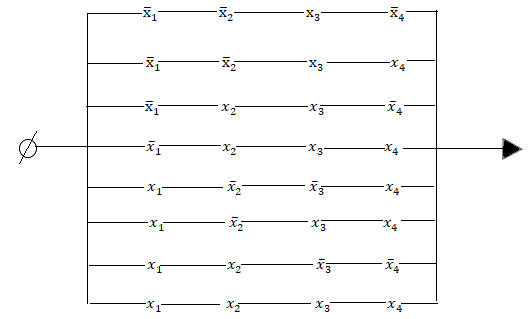
**a1** – входной полюс, **a25**– выходной полюс

* **Булева функция может быть представлена в виде электрической схемы** здесь последовательное соединение элементов является операцией конъюнкции, параллельное-операцией дизъюнкции.

**Электронная схема:**

f(x1,x2,x3,x4)=

(f)=32



* Булева функция может быть представлена в виде схемы из функциональных элементов

**Схема из функциональных элементов** – ориентированная бесконтурная сеть, в которой полюсы делятся на входные и выходные. Входные помечаются символами переменных, остальные – некоторым функциональным символом.

Схемы из функциональных элементов с одним выходом, у которых входные полюса помечены символами , а вершины, которые отличны от входных полюсов – символами &, называются xn – функциональными схемами. Сложность схемы определяется числом ее вершин, которые отличны от входных полюсов.

**Функциональная схема:**

f(x1,x2,x3,x4)=

(f)=29

Схема приведена на отдельном листе.

**Вывод**: в ходе выполнения лабораторной работы были рассмотрены основные законы булевой алгебры, различные способы представления булевой функции.

